

Mizar数学ライブラリをホスティングする Webプラットフォームの研究

発表者 山口大学大学院 山道 大地

共同研究者 山口大学 中正和久

共同研究者 信州大学 和崎克己

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

目次

1. 背景
 1. Mizar
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

1.1 Mizar

- ライブラリの量が増え続けている。
 - 現在1300ファイル以上，総行数310万行以上



310万行なんて読めないし、
ファイルを探すにも苦労しそう



Wikipediaのような、
解説やリンクや検索機能がある
プラットフォームが欲しい！



ウィキペディア
フリー百科事典

メインページ
コミュニティ・ポータル
最近の出来事
新しいページ

ページ ノート

ログインしていません トーク 投稿記録 アカウント作成 ログイン

閲覧 編集 履歴表示

Mizar

出典: フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』

自動証明検証システム **Mizar** (ミザー、ミザール) は、まったく厳密に形式的な形で数学的な**定義**や**証明**を記述するための**データ記述言語** (**Mizar-言語**)、実際にその言語で記述された証明の内容を検証することができる**計算機プログラム** (**証明検証プログラム**)、プログラムから参照して新たな証明の際に利用可能な定義と証明済みの**定理**からなる**ライブラリ** (**MML**) の三者から構成される。

Mizar と同様の目的を持つプロジェクトに、**ロバート・ポイヤー**の**QEDプロジェクト**がある。

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

Mizar言語の統合的Webプラットフォーム の作成

基本機能の実装

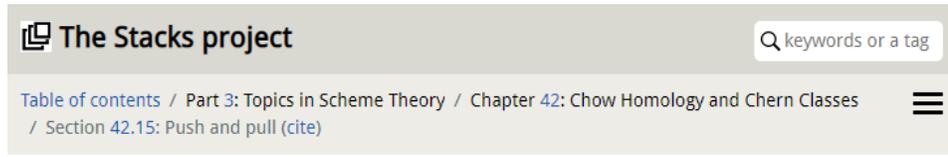
- Mizar言語の解説を追加，閲覧する機能
- 検索機能

目次

1. 背景
2. 目的
3. **先行研究**
 1. Wikiで数学記号を扱う試み
 2. ライブラリのHTML化
 3. 先行研究比較
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

3.1 数学記号を扱うWebプラットフォーム

The Stacks project



42.15 Push and pull

In this section we verify that proper pushforward and flat pullback commute. The work we did above this is a consequence of cohomology and base change.

Lemma 42.15.1. *Let (S, δ) be as in Situation 42.7.1. Let*

$$\begin{array}{ccc} X' & \longrightarrow & X \\ f' \downarrow & & \downarrow f \\ Y' & \longrightarrow & Y \end{array}$$

be a fibre product diagram of schemes locally of finite type over S . Assume $f : X \rightarrow Y$ proper and $g : Y' \rightarrow Y$ flat of relative dimension r . Then also f' is proper and g' is flat of relative dimension r . For any k -cycle α on X we have

$$g^* f_* \alpha = f'_! (g')^* \alpha$$

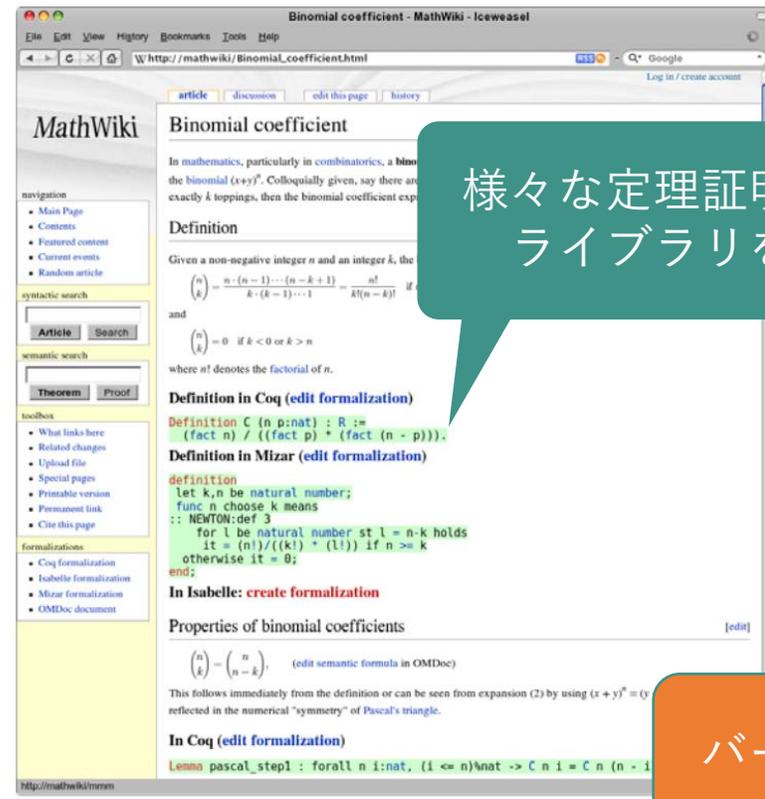
in $Z_{k+r}(Y')$.

Proof. The assertion that f' is proper follows from Morphisms, Lemma 29.39.5. The assertion that g' is flat of relative dimension r follows from Morphisms, Lemmas 29.28.2 and 29.24.8. It suffices to prove the equality of cycles when $\alpha = [W]$ for some integral closed subscheme $W \subset X$ of dimension k . We have $\alpha = [\mathcal{O}_W]_k$, see Lemma 42.10.3. By Lemmas 42.12.4 and 42.14.1, $f'_! (g')^* \mathcal{O}_W$ is isomorphic to $g^* f_* \mathcal{O}_W$. This follows from cohomology and base change, Schemes, Lemma 30.5.2.

複雑な図を挿入

定理証明系でない

MathWiki



様々な定理証明支援系ライブラリを参照

バージョン追従なし

3.2 ライブラリのHTML化は，可読性を高める

HTML形式

```
theorem :: TARSKI:2
  for X, Y being set st ( for x being object holds
    ( x in X iff x in Y ) ) holds
  X = Y by TARSKI_0:2;
```

Mizar言語

```
theorem :: Extensionality
  (for x being object holds x in X iff x in Y) implies X = Y by TARSKI_0:2;
```

3.3 先行研究では不十分

	HTML化	The Stacks project	MathWiki	本研究
ハイパーリンク	✓	✓	✓	✓
形式言語の埋め込み	✓		✓	✓
グラフ表示				✓
検索		✓	✓	✓
解説の編集		✓	✓	✓
バージョン追従	✓	✓		✓

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. **実装**
 1. 実装機能抜粋
 2. 各機能詳細
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

4.1 実装機能抜粋

検索

emwiki About Usage Search Graph daichi Search Search

```

:: Tarski {G}rothendieck Set Theor
:: by Andrzej Trybulec
::
:: Received January 1, 1989
:: Copyright (c) 1990-2019 Associa

```

数式のレンダリング

$$(x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$$

```

theorem :: TARSKI:1
  for x being object holds x is set by TARSKI_0:1;

```

コメント追加機能

$$(\forall x)(x \in X \Leftrightarrow x \in Y) \Rightarrow X = Y$$

```

$(\forall \text{forall } x)(x \in X \Leftrightarrow x \in Y) \Rightarrow X = Y$

```

HTML化

submit cancel preview

```

theorem :: TARSKI:2
  for X, Y being set st ( for x being object holds
    ( x in X iff x in Y ) ) holds
  X = Y by TARSKI_0:2;

```

```

definition
  let y be object ;
  func {y} -> set means :: TARSKI:def 1
  for x being object holds
  ( x in it iff x = y );
existence

```

HTMLized MMLを使用

- 形式言語の可読性を高める
 - 色付け
 - リンク
 - マウスホバー
 - 証明の折り畳み

The screenshot shows a web browser window with the URL 'emwiki Start' and a search bar containing 'tarski'. The page title is 'tarski.html'. The content is rendered HTMLized MML code with syntax highlighting and collapsible sections. The code includes a header with metadata, two theorems (TARSKI:1 and TARSKI:2), and a definition of a singleton set. The text '任意のyに対して{y}とは、任意のxについて' is followed by the equation $x \in \{y\} \Leftrightarrow x = y$.

```
emwiki Start 
tarski.html
:: Tarski {G}rothendieck Set Theory
:: by Andrzej Trybulec
::
:: Received January 1, 1989
:: Copyright (c) 1990-2019 Association of Mizar Users

theorem :: TARSKI:1
  for x being object holds x is set by TARSKI_0:1;


$$(\forall x)(x \in X \Leftrightarrow x \in Y) \Rightarrow X = Y$$

theorem :: TARSKI:2
  for X, Y being set st ( for x being object holds
    ( x in X iff x in Y ) ) holds
  X = Y by TARSKI_0:2;

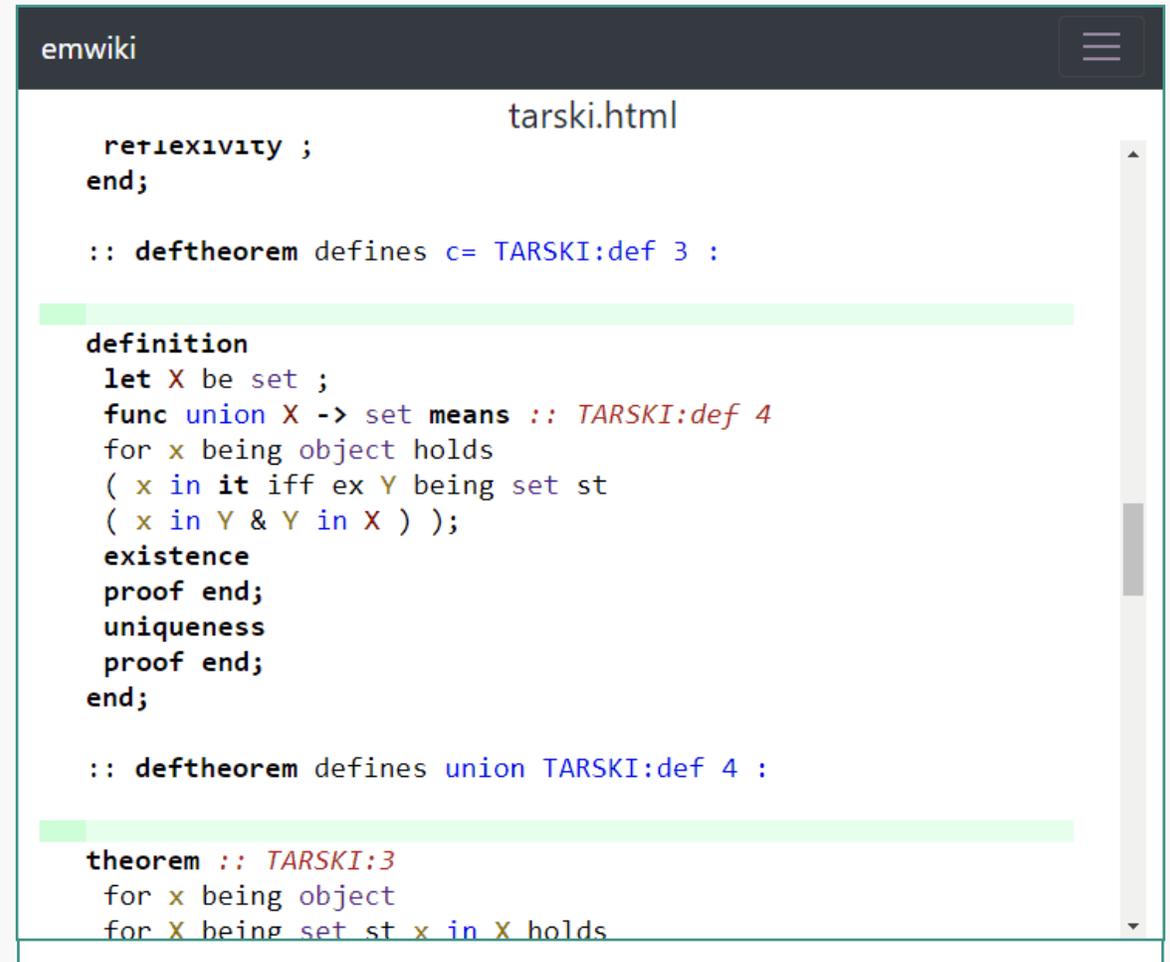
任意のyに対して{y}とは、任意のxについて

$$x \in \{y\} \Leftrightarrow x = y$$

をみたす集合であり、任意の...に対して{...}とは、任意の...について
```

コメント追加

- 指定個所に解説を追加
- テキストボックス
- 以下のボタンを実装
 - 編集完了
 - 編集取り消し
 - プレビュー
- ログインユーザーの編集可能



The screenshot shows the emwiki editor interface for a file named 'tarski.html'. The editor contains the following code:

```
reflexivity ;
end;

:: deftheorem defines c= TARSKI:def 3 :

definition
  let X be set ;
  func union X -> set means :: TARSKI:def 4
  for x being object holds
  ( x in it iff ex Y being set st
  ( x in Y & Y in X ) );
  existence
  proof end;
  uniqueness
  proof end;
end;

:: deftheorem defines union TARSKI:def 4 :

theorem :: TARSKI:3
  for x being object
  for X being set st x in X holds
```

数学記号のレンダリング

● TeX形式の数学記号

emwiki

tarski.html

任意の X に対して、 $\text{functor}(\text{作用}) \cup X$ とは、 X に、任意の x に対して

$$(x \in \cup X) \Leftrightarrow ((\exists Y)(x \in Y \text{ and } Y \in X))$$

となる集合を対応させる作用であることを表している

任意の X に対して、 $\text{functor}(\text{作用}) \cup X$ とは、 X に、任意の x に対して $(x \in \cup X) \Leftrightarrow ((\exists Y)(x \in Y \text{ and } Y \in X))$ となる集合を対応させる作用であることを表している

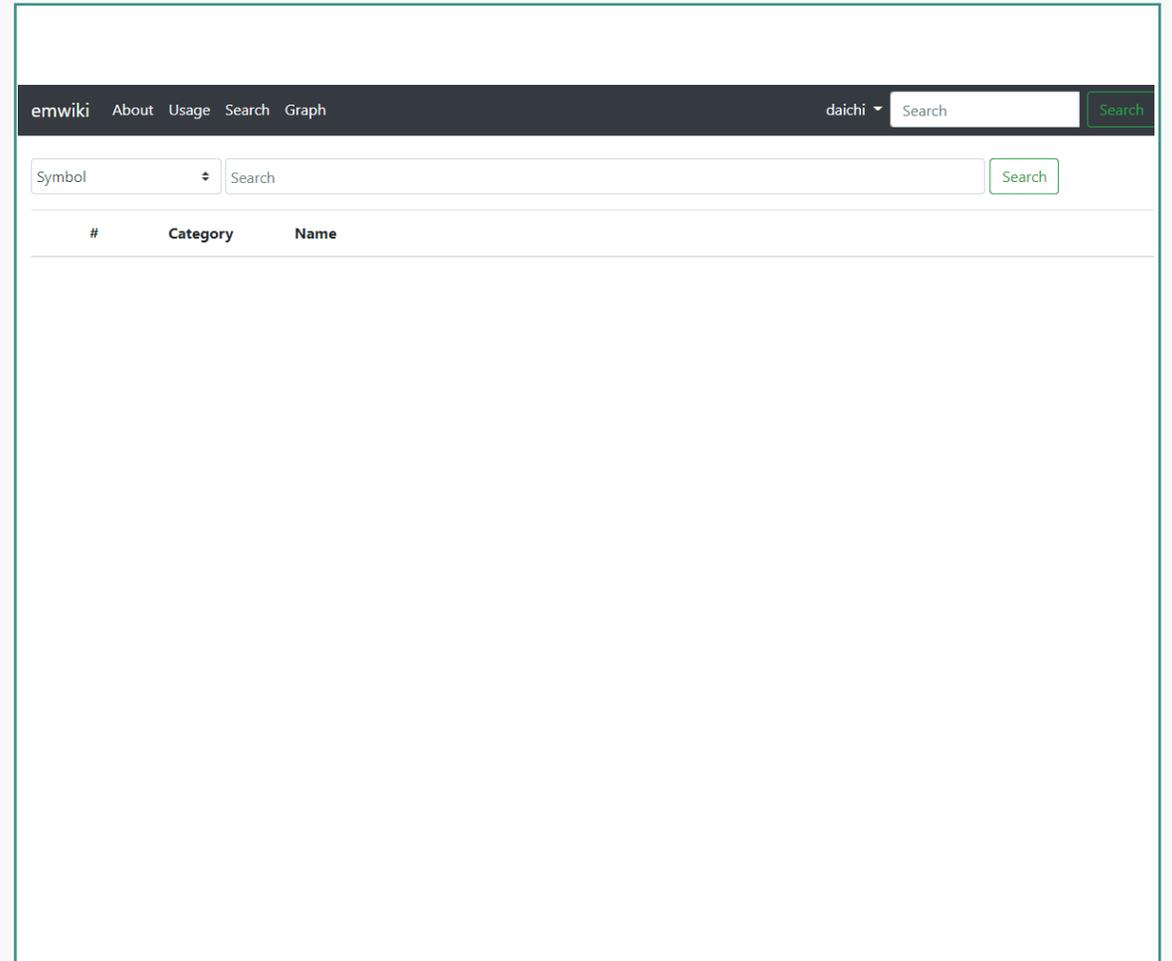
```
definition
let X be set ;
func union X -> set means :: TARSKI:def 4
for x being object holds
( x in it iff ex Y being set st
( x in Y & Y in X ) );
existence
```

MML Reference の統合

- symbol検索やsymbol間の相互参照に便利

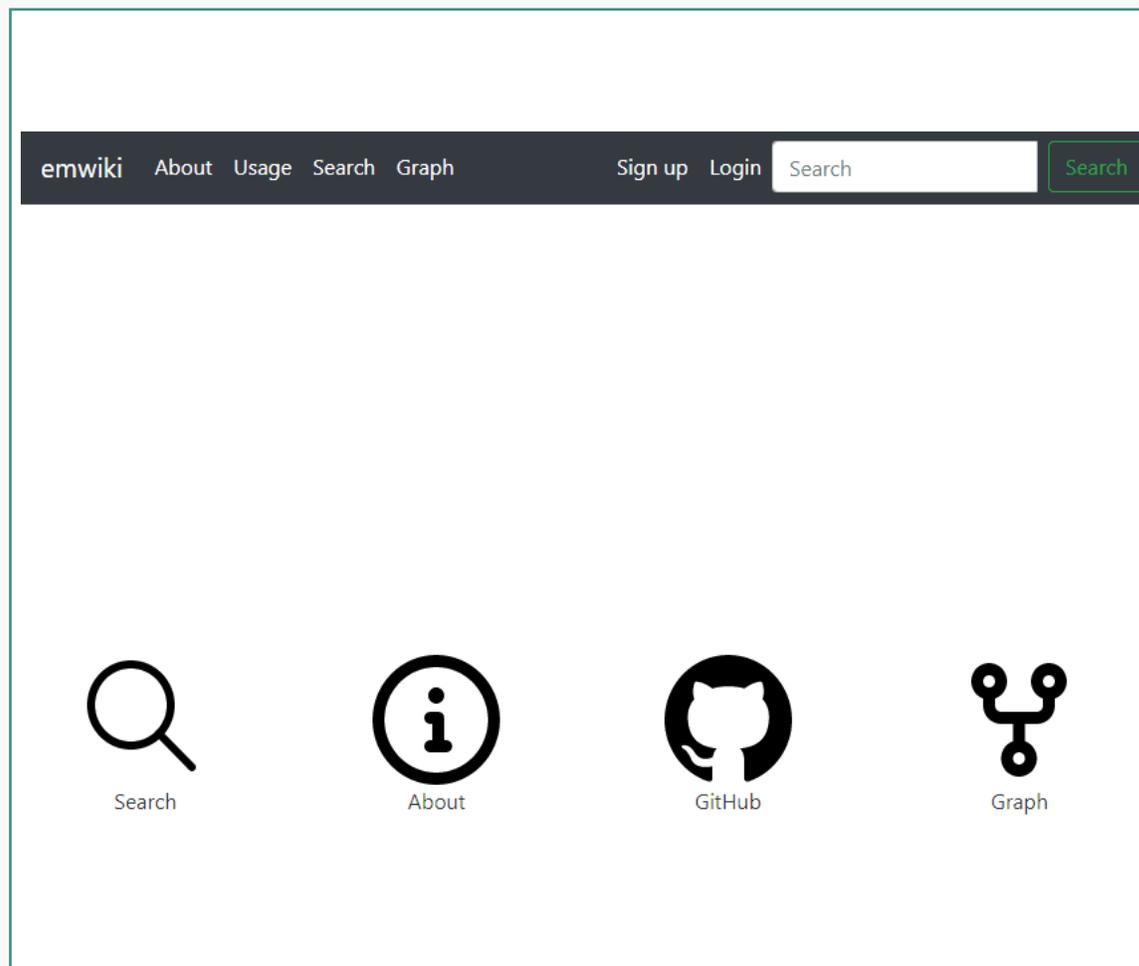
MML Reference

<https://mimosa-project.github.io/mmlreference/current/>



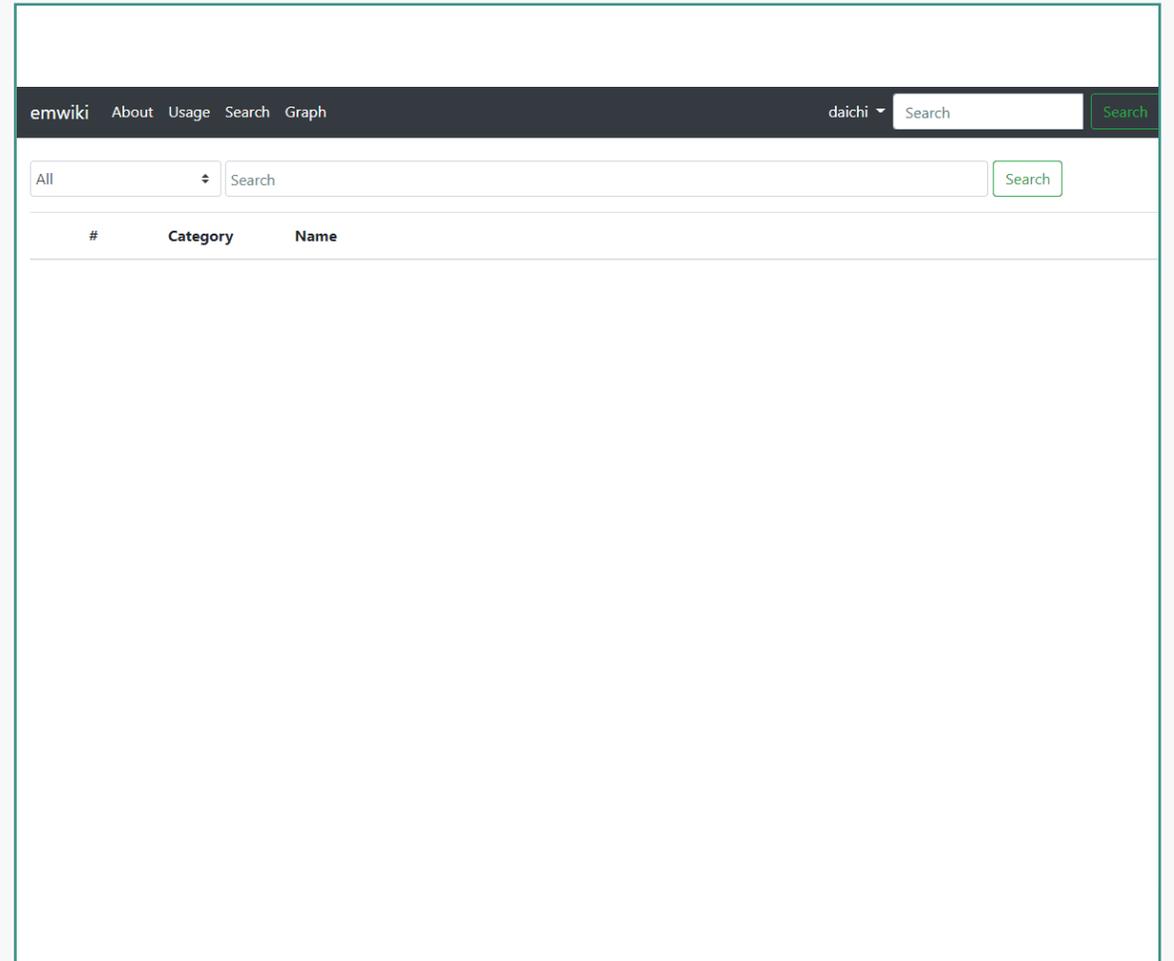
ナビゲーションバー

- 常に表示
- 検索
 - いつでも検索可能
- リンク
 - 他のページに移動
- アカウント管理
 - ログイン等



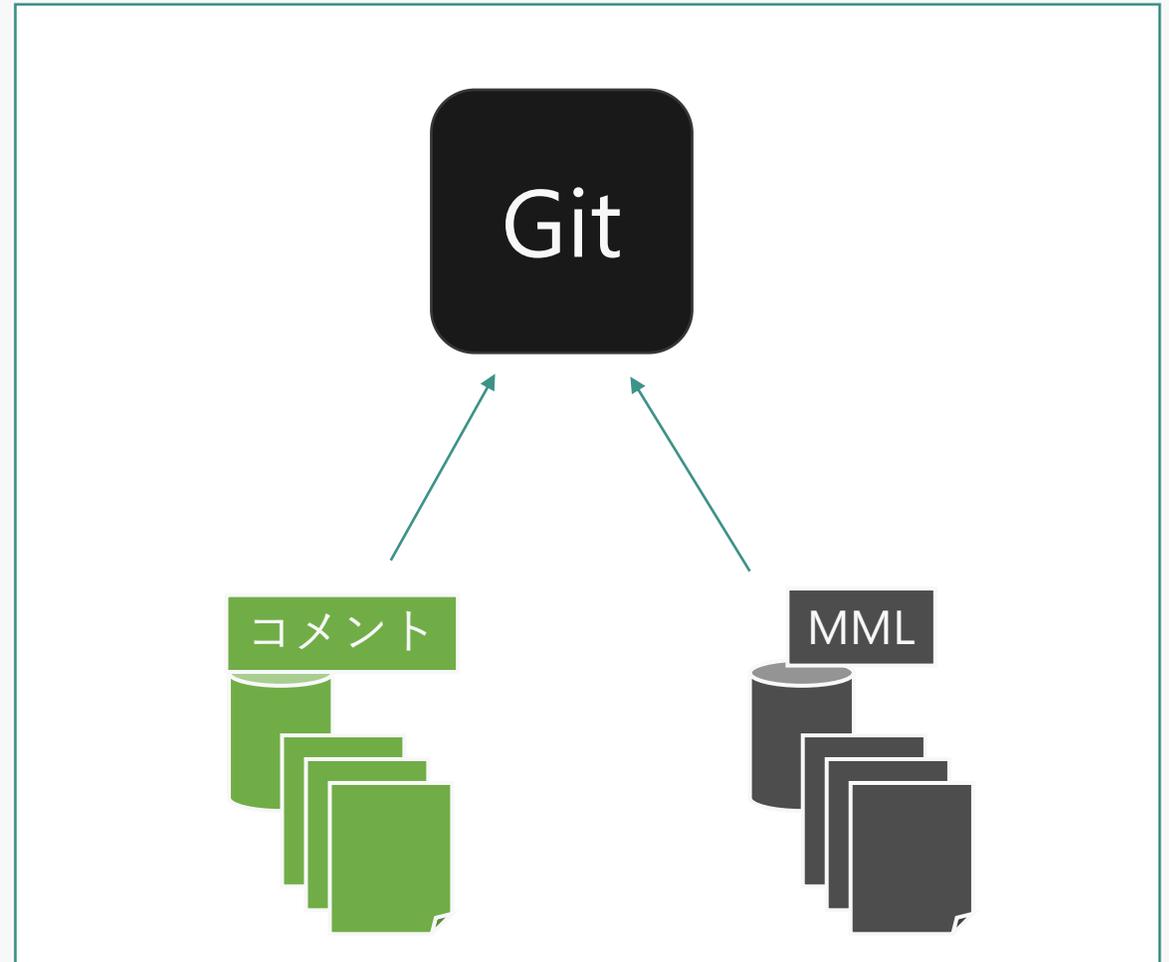
検索

- **ファイル名で検索可能**
 - Article:1300ファイル以上
 - Symbol:9000ファイル以上
- **入力中に候補を表示**
- **検索後はファイル名表示**
- **部分一致文字をハイライト**
- **Article, Symbolを検索可能**

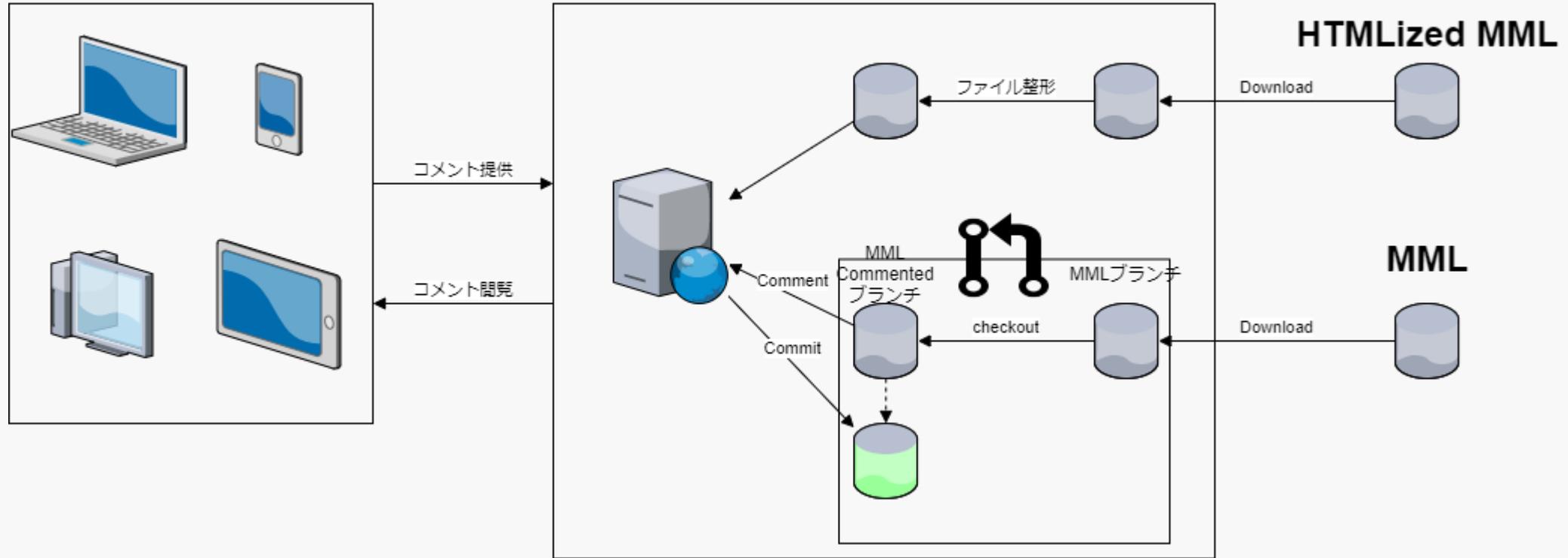


バージョン追従

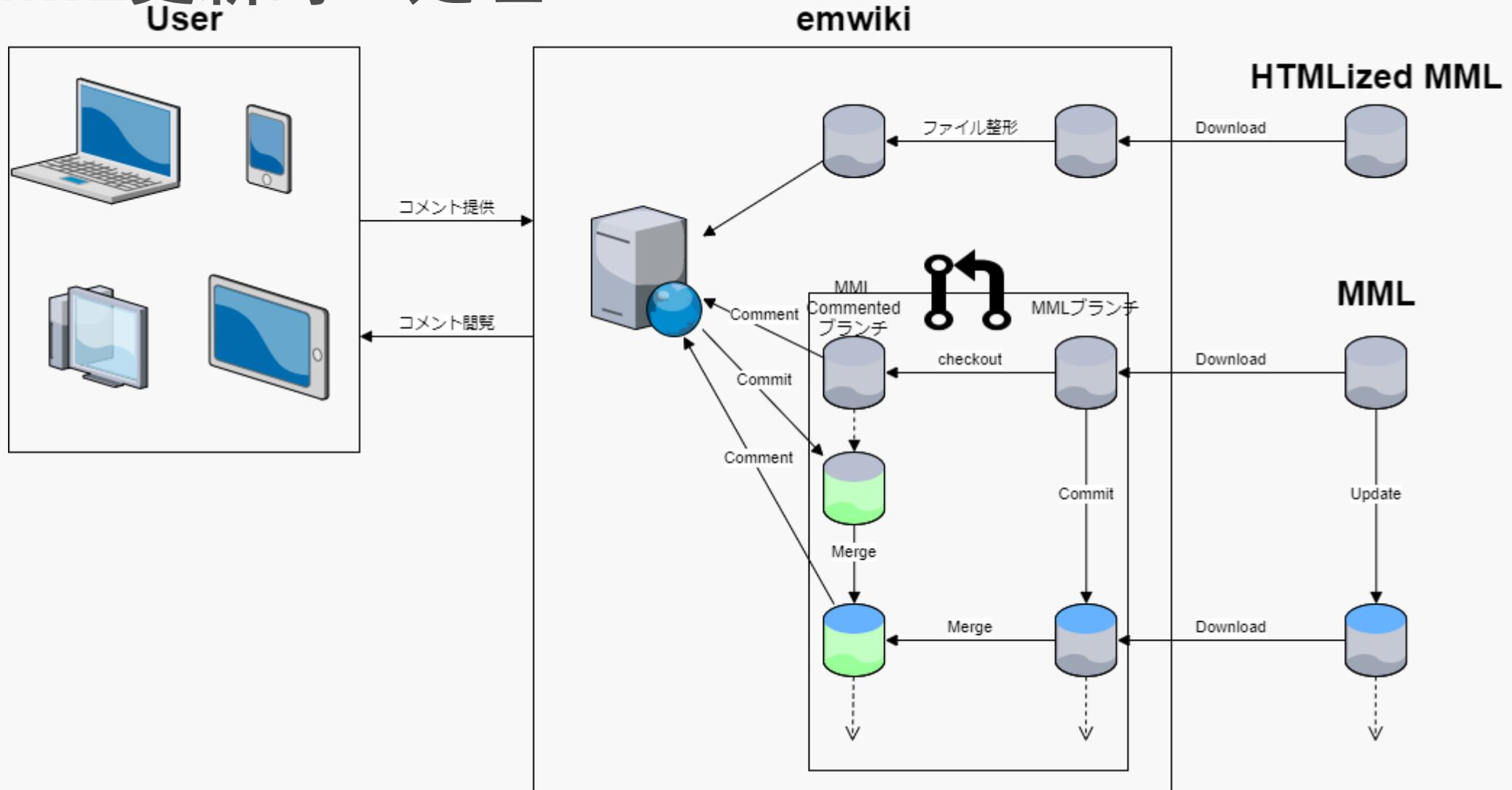
- MMLの更新に、解説を追従
- コメントとライブラリをGit上で統合し解決



アーキテクチャ図



MML更新時の処理



コメントが埋め込まれたMizarファイル

```
46
47 begin :: Semilattice of type widening
48
49 ::: \begin{eqnarray} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 4y = 32 \end{array} \right. \end{eqnarray}
50
51 registration
52   cluster reflexive -> complete for 1-element RelStr;
53   coherence;
54 end;
55
56 ::: this is demo
57 ::: $A \setminusminus B = A \cap B^c = \{ x \mid x \in A, x \notin B \}$
58 definition
59   let T be RelStr;
60   mode type of T is Element of T;
61 end;
62
63 ::: thsi is second $definition$
64 definition
65   let T be RelStr;
66   attr T is Noetherian means
67   :Def1:
68   the InternalRel of T is co-well_founded;
69 end;
```

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
 1. 評価結果
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞

5.1 評価結果

◎：各使用性が認められた

○：各使用性が認められたが、否定的な意見があった

	有効性	効率性	満足度
ナビゲーションバー	◎	◎	◎
検索	◎	○	○
数学記号のレンダリング	◎	◎	○
プレビュー機能	◎	○	○

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. まとめ
8. 謝辞



Search



About



GitHub



Graph

目次

1. 背景
2. 目的
3. 先行研究
4. 実装
5. 評価
6. 実演
7. **まとめ**
 1. 先行研究と比較
 2. 今後の課題
8. 謝辞

7.1 先行研究の不足機能を実装した

	HTML化	The Stacks project	MathWiki	本研究
ハイパーリンク	✓	✓	✓	✓
形式言語の埋め込み	✓		✓	✓
グラフ表示				
検索		✓		✓
編集		✓	✓	✓
バージョン追従	✓	✓		✓

7.2 今後の課題

- Article間の依存関係グラフ表示機能
- 定理の効率的な検索機能

謝辞

- 本研究はJSPS科研費 JP20K19863の助成を受けたものです。

参考文献

- MML Reference <https://mimosa-project.github.io/mmlreference/current/>
- MML Query <http://mmlquery.mizar.org/>
- JIS Z8521 Technical report 1999
- C Lange and J Urban. Mathwikis-2011 mathematical wikis: Proceedings of the itp 2011 workshop on mathematical wikis. 2011.
- The stacks project. <https://stacks.math.columbia.edu/>